Chers élèves,

Je me réjouis de vous retrouver après de longs mois même si j'avoue que je n'avais jamais imaginé un tel retour…. J'espère que vous traversez cette période inédite de la manière la plus sereine possible et que vous n'avez pas été personnellement impactés par ce virus… Sachez que je pense bien à vous.

Afin de vous aider à aborder au mieux la rentrée de septembre, je me suis mise au travail pour vous et ai décidé de vous enseigner de nouvelles matières à distance. Cela reste très compliqué, j'en conviens mais j'ai vraiment essayé d'être la plus claire possible dans tous mes développements. J'ai travaillé sur le nouveau thème de la manière suivante : direct à l'essentiel, introduction du chapitre, exemples concrets et ensuite exercices pour vous entraîner.

Je fonctionnerai comme suit : la matière que vous recevez aujourd'hui englobe une petite semaine de cours, je vous ferai donc parvenir les solutions fin de semaine ou début de semaine prochaine. D'ici là, si vous avez la moindre question, n'hésitez pas à me joindre soit sur mon adresse mail abienfait1501@hotmail.com soit via Messenger Anne Bienfait. Surtout, n'hésitez pas, je suis là pour vous aider !

J'espère vous retrouver bientôt et en pleine forme !

En attendant, prenez bien soin de vous <3

Mme Bienfait

UAA5 : Le second degré

Ce thème comporte différentes parties. Nous n'aurons pas la possibilité de toutes les aborder… Je vais donc vous en expliquer 3, les plus importantes pour l'an prochain…

La fonction du second degré est une fonction du type

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où $a, b\ et\ c$ sont des nombres réels qui ne dépendent pas de la variable x , avec $a \neq 0$.

La représentation graphique d'une fonction du 2nd degré est une **parabole** qui possède un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées (i.e. l'axe vertical)**.**

A. Comment tracer une parabole ?

Il suffit de suivre la procédure suivante :

1. S'assurer que l'expression est bien du second degré : le plus grand exposant = 2
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

2. Vérifier que le polynôme est ordonné (du plus grand au plus petit exposant), réduit (pas de termes semblables) et complet (s'il manque un terme, lui mettre le coefficient 0).

3. Déterminer la valeur des paramètres a,b et c. ⚠ à toujours bien prendre leur signe.

4. Déterminer la concavité de la parabole, i.e. le sens de variation de la fonction :
   - $a > 0$: concavité tournée vers le haut
   - $a < 0$: concavité tournée vers le bas

5. Calculer ce que l'on appelle le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$ pour déterminer les éventuelles racines de la fonction.
Dans le cas du 2nd degré, on en dénombre 0,1 ou 2. La racine est l'endroit où la fonction touche l'axe des abscisses, cela sous-entend que l'ordonnée est nulle.
On la (les) notera donc (… ; 0)

3 cas sont possibles :

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
2 racines : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	1 racine double : $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	Pas de racine

6. Déterminer l'équation de l'axe de symétrie : $AS \equiv x = \frac{-b}{2a}$
7. Déterminer les coordonnées du sommet : $S(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a})$
8. Déterminer les coordonnées de l'ordonnée à l'origine. Il s'agit de l'endroit où la parabole touche l'axe des ordonnées. A cet endroit l'abscisse est nulle. Ce point a donc pour coordonnées : $(0; c)$
9. Calculer des points supplémentaires si cela est nécessaire. Pour pouvoir tracer une parabole, 5 points minimum sont nécessaires. Si on en possède moins ou si ceux trouvés sont trop rapprochés (ou éloignés) les uns des autres, on en calcule d'autres. Pour cela, on choisit des valeurs encore non utilisées pour l'abscisse et on remplace dans l'expression de la fonction.
10. Tracer la fonction.

<u>Exemple :</u> Trace la fonction $f(x) = 2x^2 + 6 - 5x - x^2$

1. Il s'agit bien d'une fonction du 2nd degré.
2. Il faut la simplifier et l'ordonner : $f(x) = x^2 - 5x + 6$
3. $f(x) = \genfrac{}{}{0pt}{}{ax^2+bx+c}{1x^2-5x+6} \quad => a = 1 \;\; b = -5 \quad c = 6$
4. $a = 1 > 0$: concavité tournée vers la haut
5. Racine(s) : $\Delta = (-5)^2 - 4.1.6 = 1 > 0 \qquad => 2\, racines$

$$x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2.1} = 3$$

$$x_1 = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2.1} = 2$$

Cette fonction possède donc 2 racines. On les note : $A(2; 0)$ et $B(3; 0)$

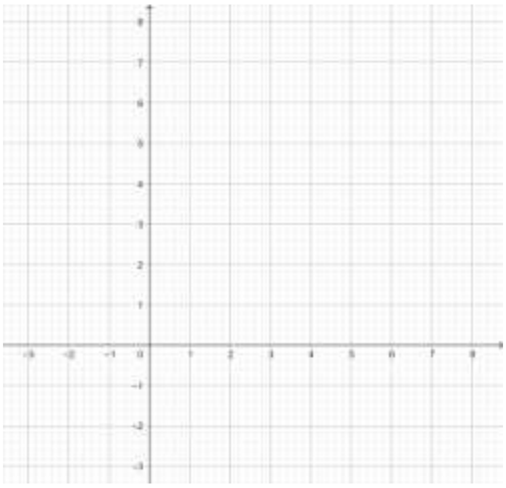
6. $AS \equiv x = \frac{-(-5)}{2.1} = \frac{5}{2}$

7. $S\left(\frac{-(-5)}{2.1};\frac{-1}{4.1}\right) = \left(\frac{5}{2};\frac{-1}{4}\right)$

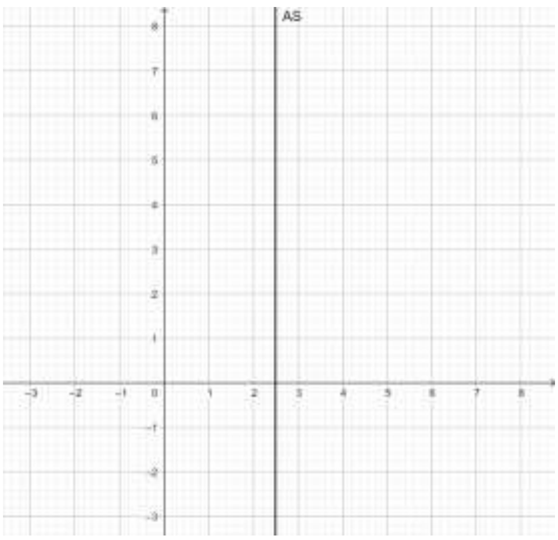
8. Ordonnée à l'origine : $C(0;6)$
On peut alors placer le symétrique de ce point : on mesure la distance horizontale séparant le point de l'axe de symétrie et on la reporte de l'autre côté de l'axe. On obtient ainsi le point $D(5;6)$

9. Nous disposons déjà de 5 points mais on peut en calculer d'autres. Pour ce faire, j'ai choisi $x = 1$. Je calcule donc la valeur de l'ordonnée : $y = f(1) = 1^2 - 5.1 + 6 = 2$.
On obtient donc le point $E(1;2)$.
On trouve aussi tout de suite son symétrique $F(4;2)$.

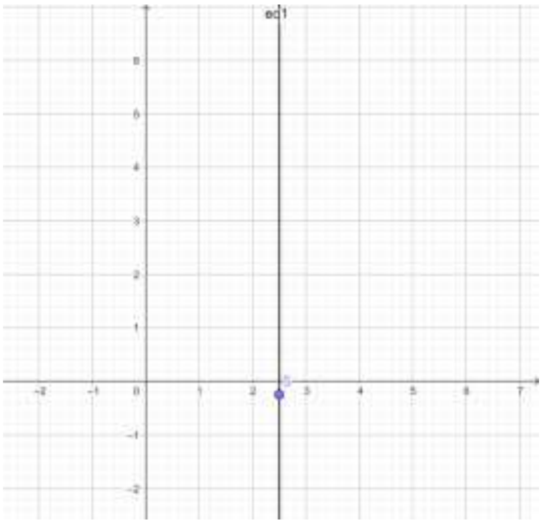
10. Tracé de la parabole :
 a) Tracer le repère



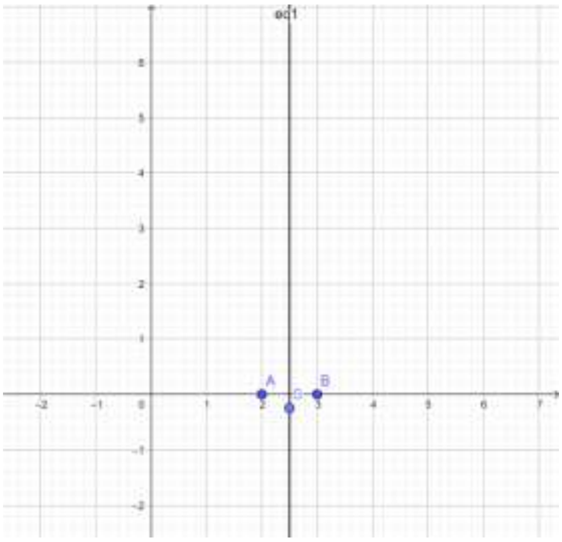
 b) Tracer l'axe de symétrie



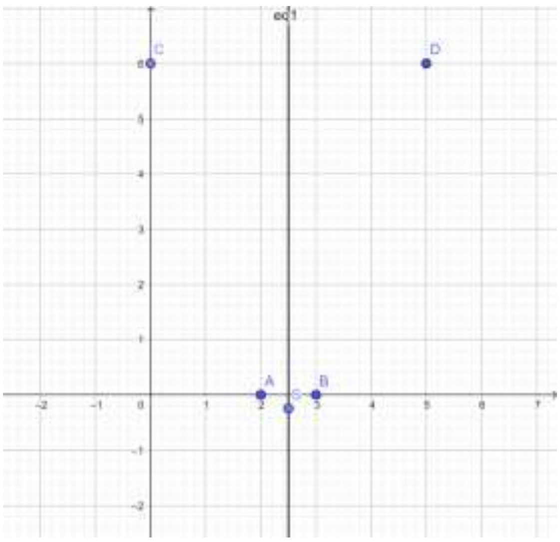
c) Placer le sommet S sur l’axe de symétrie



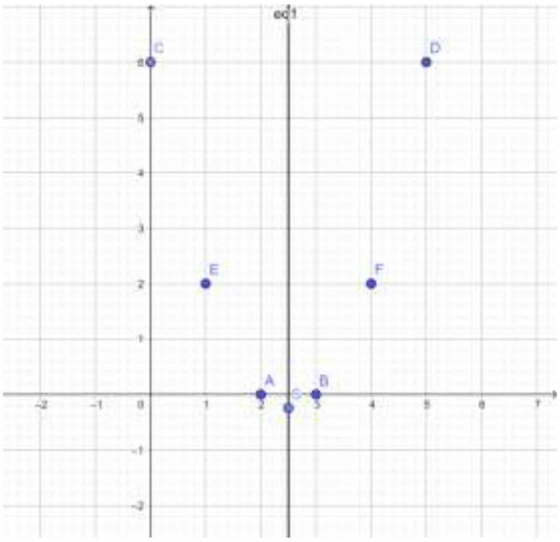
d) Placer la (les) racine(s). Dans notre cas, il s’agit des points A et B.



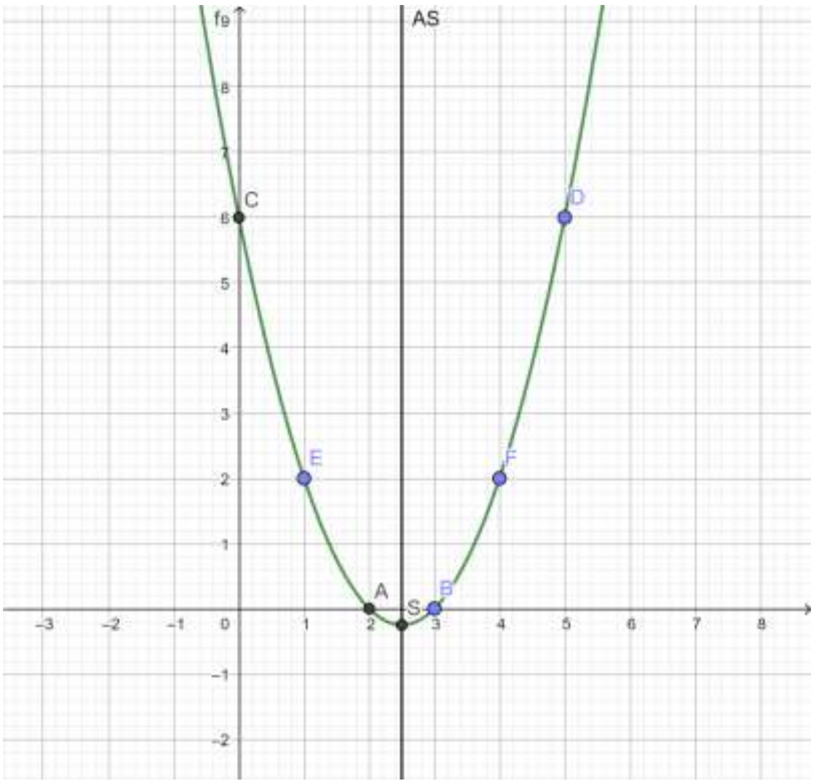
e) Placer l’ordonnée à l’origine C et son symétrique D



f) Placer les points supplémentaires éventuels : le(s) point(s) calculé(s) et leur symétrique. Dans notre cas, il s’agit des points E et F.



g) Relier les points.



A toi de jouer….

Considérons les 8 fonctions du second degré suivantes.

Détermine toutes leurs caractéristiques et trace-les en respectant bien la démarche ci-dessus.

$$f_1(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$f_2(x) = x^2 + 4x + 4$$

$$f_3(x) = -x^2 - 7 - 2$$

$$f_4(x) = 2x^2 - 6 + 4x$$

$$f_5(x) = 2x^2 + x - 15$$

$$f_6(x) = 11x + 3 - 4x^2$$

$$f_7(x) = 2x^2 - 3x + 6 + 2x$$

$$f_8(x) = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$$

B. Comment résoudre une équation du second degré?