Préparation au test : limites de fonctions et asymptotes. Solutions des exercices.

1. $f(x) = \dfrac{2x^2-7x-4}{x^2-16}$

a) $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$

1°/ $\lim\limits_{\substack{x \to -4 \\ < \\ >}} f(x) = "\dfrac{56}{0^\pm}" = \pm\infty \rightarrow AV \equiv x = -4$

x		-4		4	
x^2-16	$+$	0	$-$	0	$+$

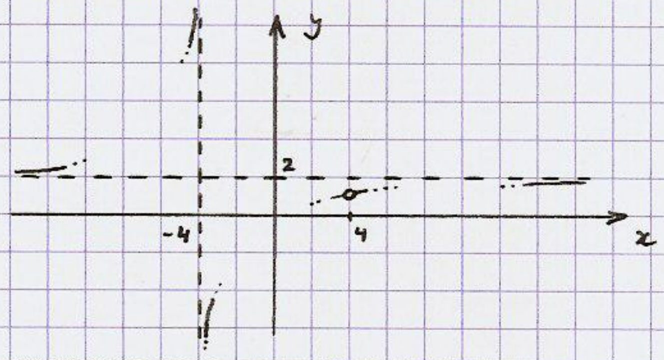
2°/ $\lim\limits_{x \to 4} f(x) = "\dfrac{0}{0}" = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{2.\cancel{(x-4)}^{1}.(x+\frac{1}{2})}{\cancel{(x-4)}_{1}.(x+4)} = \dfrac{9}{8}$

$\rightarrow$ Point rouge en $(4, \frac{9}{8})$.

3°/ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = "\dfrac{+\infty}{+\infty}" = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x^2}{x^2} = 2 \rightarrow AH \equiv y = 2.$

b) Déjà fait pour AV. Pour AH : $f(100) \simeq 1,93 < 2$
$f(-100) \simeq 2,07 > 2$

c)



2. $f(x) = \dfrac{2x^3-x}{4x^2+1}$

a) Son domaine est $\mathbb{R}$. Il n'est pas possible de trouver un réel "a" tel que $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$.

b) Il y a une AO car le degré du numérateur est supérieur de 1 à celui du dénominateur.

$m = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x^3-x}{4x^3+x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x^3}{4x^3} = \dfrac{1}{2}.$

$p = \lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - mx] = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(\dfrac{2x^3-x}{4x^2+1} - \dfrac{1}{2}x\right) = \ldots$