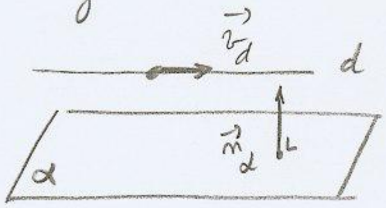
④ $d \equiv \begin{cases} x = 5 \\ y = 4k+6 \\ z = 3 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}) \qquad \alpha \equiv 7x + 2z - 3 = 0$

a)

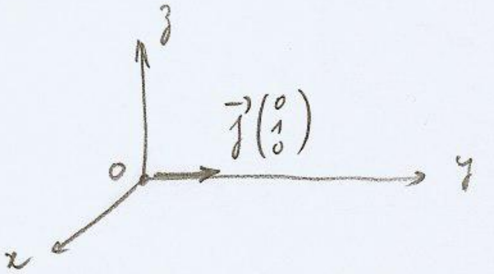


$d \parallel \alpha \Leftrightarrow \vec{v}_d \perp \vec{n}_\alpha$

$\vec{v}_d \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \odot \vec{n}_\alpha \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \ ?$

oui, donc $d \parallel \alpha$.

b)



$d \parallel Oy$?

oui, car un vecteur directeur de d est multiple d'un vecteur directeur de l'axe des ordonnées.

$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

---

⑤ $S \equiv x^2 + 6x + y^2 + z^2 - 2z - 54 = 0$

a) $S \equiv (x^2 + 6x + 9) - 9 + y^2 + (z^2 - 2z + 1) - 1 - 54 = 0$

$S \equiv (x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 64 \quad (*)$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Centre de } S : \text{ le point } A(-3, 0, 1) \\ \text{rayon de } S : \ r = 8 \end{array}}$$

b) $Ox \equiv \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ remplaçons dans l'équation de S $(*)$

$(x+3)^2 + 1 = 64$

$(x+3)^2 = 63 \longrightarrow x = \pm\sqrt{63} - 3$

$$\boxed{S \cap Ox = \left\{ (-\sqrt{63} - 3, 0, 0) ; (\sqrt{63} - 3, 0, 0) \right\}}$$