GEOMETRIE ANALYTIQUE DE L'ESPACE

Corrigés des exercices de préparation au test

1) Vecteurs directeurs du plan : $\vec{AB}\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}4\\-4\\3\end{pmatrix}$.

$$ABC \equiv \begin{vmatrix} x-1 & -1 & 4 \\ y-4 & -2 & -4 \\ z & 0 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} x-1 & -1 \\ y-4 & -2 \\ z & 0 \end{matrix} = 0$$

$$ABC \equiv -6x + 6 + 4z + 8z + 3y - 12 = 0$$

$$ABC \equiv -6x + 3y + 12z - 6 = 0 \quad \div(-3)$$

$$\boxed{ABC \equiv 2x - y - 4z + 2 = 0}$$

2) $\pi \equiv 5x - y + 3z - 12 = 0$

a) Si $x = 0$ et $y = 0$ $\rightarrow$ $3z - 12 = 0$, $z = 4$ $\rightarrow$ $P(0,0,4) \in \pi$

Si $x = 0$ et $z = 0$ $\rightarrow$ $-y - 12 = 0$ $\rightarrow$ $Q(0,-12,0) \in \pi$

Vecteur directeur : $\vec{PQ}\begin{pmatrix}0\\-12\\-4\end{pmatrix}$

Donc $\vec{u} = -\frac{1}{4}\vec{PQ}$ est aussi un vecteur directeur de π : $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix}$.

b) $\vec{n}\begin{pmatrix}5\\-1\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de π et donc aussi de α $\rightarrow$ $\alpha \equiv 5x - y + 3z + d = 0$.

$K(0,0,7) \in \alpha$ $\rightarrow$ $d = -21$ $\rightarrow$ $\boxed{\alpha \equiv 5x - y + 3z - 21 = 0}$

3) $d \equiv \begin{cases} x = k - 1 \\ y = 2k + 3 \\ z = -k \end{cases}$ donc $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d

et donc aussi un vecteur normal de β.

Donc : $\beta \equiv x + 2y - z + d = 0$.

$L(1,2,0) \in \beta$ $\rightarrow$ $1 + 4 - 0 + d = 0$ $\rightarrow$ $d = -5$

$$\boxed{\beta \equiv x + 2y - z - 5 = 0}$$