Classes de 6e | Février 2016

MATHÉMATIQUE (6h)

Exercices de préparation au test : primitives, intégrales définies, aires, volumes.

1. Calculez les intégrales indéfinies suivantes.

a) $\int \frac{\cos x}{\sin^4 x} dx$

b) $\int \frac{2}{\sqrt{9-4x^2}} dx$

c) $\int 6x \cdot \sqrt{3x+4} \cdot dx$

d) $\int \frac{x}{\sqrt{4x-1}} dx$

e) $\int \arccos x \cdot dx$

f) $\int \frac{x+1}{x^2+2x} dx$

g) $\int \frac{2x+3}{x^2-2x-15} dx$

h) $\int \frac{x^2-1}{x\left(x^2+4\right)} dx$

i) $\int \frac{x^4+x^2-2x}{x^3-2} dx$

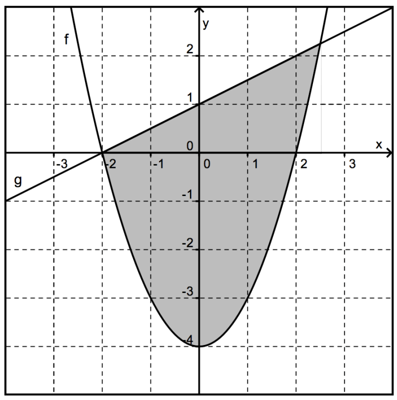
j) $\int \frac{\sqrt[3]{x}+1}{3x} dx$

---

2. a) Calculez les points d'intersection des graphiques des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 - 4 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x}{2} + 1 .$$

b) Calculez l'aire de la surface comprise entre ces deux fonctions.



---

3. Calculez l'aire comprise entre les graphiques des fonctions $f(x) = \frac{1}{x}$ et $g(x) = 4 - x$.

Calculez d'abord les bornes d'intégration et représentez graphiquement.

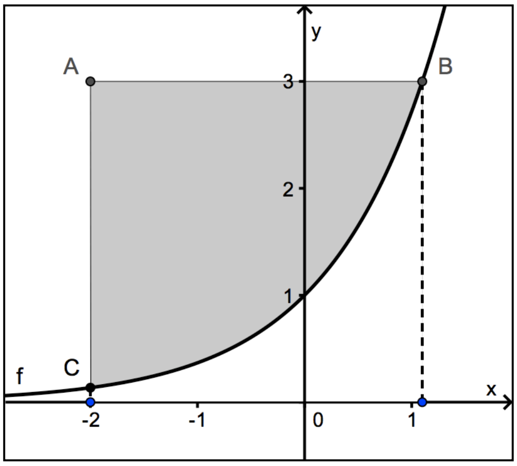
---

4. Calculez l'intégrale définie suivante en utilisant le changement de variable $u = \sin\theta$ et en adaptant les bornes d'intégration.

$$I = \int_{\pi}^{\pi/2} \left(1+\sin\theta\right)^4 \cdot \cos\theta \cdot d\theta$$

---

5. Soit la fonction $f(x) = e^x$ représentée ci-contre.



   a) Calculez l'aire de la surface comprise entre la courbe représentant f, la droite d'équation $y = 3$, et les abscisses $x = 2$ et x_B (abscisse du point B à déterminer).

   b) Calculez le volume engendré par la révolution de cette surface autour de l'axe des abscisses.

---

6. Soient les fonctions $f(x) = \sqrt[3]{x}$ et $g(x) = \sqrt{2x-1}$.

   a) Représentez précisément ces deux fonctions dans l'intervalle $[0,1]$.

   b) Calculez le volume du solide de révolution engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses du graphique de la fonction f.

   c) Même question pour la fonction g.

   d) Calculez le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la surface comprise entre les graphiques de f et de g, entre les abscisses 0 et 1.
