FONCTIONS CYCLOMETRIQUES

Contenus	**Directives et commentaires**
Fonctions réciproques des fonctions de référence. Définition des fonctions cyclométriques et domaines de définition.	Envisager les aspects graphique et/ou analytique. L'examen du graphique d'une fonction trigonométrique ou l'interprétation des résultats fournis par une calculatrice conduit à restreindre son domaine de définition pour obtenir une fonction réciproque.
Identités, limites, équations cyclométriques.	Certaines identités seront utiles lors du calcul de dérivées et de primitives.
Dérivée des fonctions cyclométriques. On établira les dérivées de $f(x) = arc\sin x$, $f(x) = arc\cos x$, $f(x) = arc\tan x$.	Pour ce faire, on introduira sans démonstration la formule générale qui permet de dériver la réciproque d'une fonction donnée.
Règle de « de l'Hospital ».	Cette règle permet de lever certaines formes d'indétermination.

COMPETENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- À partir de l'expression analytique d'une fonction usuelle, déterminer l'expression analytique d'une fonction réciproque.
- Établir les restrictions nécessaires à l'existence des fonctions réciproques de la fonction $f(x) = x^2$ et des fonctions sinus, cosinus et tangente.
- Établir une identité dans laquelle intervient l'une ou l'autre fonction cyclométrique.
- Établir les dérivées des fonctions cyclométriques ($arc\sin x$, $arc\cos x$, $arc\tan x$).

Appliquer une procédure

- À partir du graphique d'une fonction, déduire les caractéristiques d'une fonction réciproque.
- À partir de l'expression analytique d'une fonction, écrire celle de la fonction réciproque.
- Calculer la dérivée d'une fonction composée d'une fonction cyclométrique et d'une fonction de référence.
- Résoudre une équation cyclométrique faisant appel aux formules de trigonométrie étudiées précédemment.
- Déterminer une limite d'une fonction cyclométrique.
- Étudier les variations d'une fonction cyclométrique.

Primitives et integrales

Contenus	Directives et commentaires
Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle. Calcul numérique d'une intégrale définie.	Dans différents problèmes (espace parcouru, travail d'une force, volume, aire, ...), on mettra en évidence l'encadrement d'une grandeur par une somme de produits élémentaires. Le passage à la limite conduira à la notion d'intégrale définie.
Notion de primitive d'une fonction.	On démontrera le lien entre les concepts d'intégrale définie et de primitive dans le cas d'une fonction continue.
Détermination de primitives par : - changement de variable, - intégration par parties, - décomposition en fractions simples. Calcul d'aires, de volumes, du travail d'une force.	Pour des formes plus complexes, on pourra faire appel à un logiciel de calcul symbolique ou à des tables.

Competences

Expliciter les savoirs et les procédures

- Approximer une aire par une somme d'aires élémentaires à l'aide d'une calculatrice.
- Justifier les étapes de la démonstration reliant l'intégrale définie et la primitive.
- Une zone étant sélectionnée sur un graphique, écrire l'intégrale qui y correspond.

Appliquer une procédure

- Déterminer une primitive, calculer une intégrale définie en utilisant les méthodes classiques de changement de variable (donné ou immédiat) et d'intégration par parties, décomposition en fractions rationnelles simples.

Résoudre un problème

- Appliquer l'intégration pour résoudre un problème issu des mathématiques, des techniques, des sciences, de l'économie.

FONCTIONS LOGARITHMES ET EXPONENTIELLES

Contenus	Directives et commentaires
Définitions et propriétés des fonctions logarithmes et exponentielles.	Les définitions et propriétés des fonctions logarithmiques et exponentielles seront introduites et exercées dans le cadre de problèmes de croissance. Elles seront démontrées.
Définition du nombre « e ».	On peut découvrir « e » de diverses façons. Exemples : déterminer une fonction égale à sa dérivée, calculer le capital acquis par un intérêt composé.
Dérivée de fonctions exponentielles, logarithmes.	Les formules seront démontrées.
Règle de « de l'Hospital ».	Cette règle permet de lever certaines indéterminations.
Équations, inéquations. Limites, dérivées, intégrales.	On résoudra des équations, des inéquations logarithmiques et exponentielles. On se limitera à des inéquations du type $\log_a x \leq r$; $a^x \leq r$.
Problèmes de croissance.	On traitera des problèmes de capitalisation, de calcul d'annuités, des questions scientifiques (demi-vie), sociales (démographie…). On utilisera un système d'axes semi-logarithmique.

COMPETENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Justifier le passage d'une expression logarithmique (ou exponentielle) à une autre.
- Démontrer les propriétés du logarithme d'un produit, d'un quotient, d'une puissance y compris celle du changement de base.
- Démontrer les propriétés d'une exponentielle d'une somme, d'un produit par un réel.
- Énoncer les propriétés communes d'une famille de fonctions logarithmes ou exponentielles.

Appliquer une procédure

- Résoudre des équations et des inéquations logarithmiques et/ou exponentielles simples.
- Rechercher des limites de fonctions logarithmes et/ou exponentielles (utilisation de la règle de « de l'Hospital » comprise).
- Dériver et intégrer de telles fonctions.
- Etudier les variations d'une fonction logarithme et/ou exponentielle.

Résoudre un problème

- Interpréter un graphique en le reliant au problème qu'il modélise.
- Résoudre un problème issu des mathématiques, des sciences, de l'économie, … au moyen des fonctions logarithmes et/ou exponentielles[37].

---

[37] Voir la tâche *Le polonium*.

NOMBRES COMPLEXES

Contenus	Directives et commentaires
Définitions, opérations.	Les nombres complexes et les opérations sur ceux-ci seront interprétés de manière algébrique et géométrique.
Module et conjugué d'un nombre complexe, module d'un produit, inégalité triangulaire. Argument d'un nombre complexe. Formule de « de Moivre ».	On énoncera le théorème relatif au nombre de solutions d'une équation polynomiale à coefficients réels (théorème de « d'Alembert »).
Nombres complexes et transformations du plan : interprétation géométrique des transformations : $z \to z + a$, $z \to k\ z$ (k réel) et $z \to z(\cos\varphi + i\ \sin\varphi)$.	L'étude des nombres complexes fournit quelques exemples significatifs de structures (groupe, espace vectoriel). On pourra prolonger l'étude des transformations du plan aux similitudes directes $z \to a\ z + b$.
Applications géométriques et algébriques. Résolution d'équations dans C : - équations du deuxième degré, - équations binômes.	Les applications permettront de rencontrer une nouvelle méthode de démonstration en géométrie. On pourra traiter quelques applications liées à la physique.

COMPETENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Interpréter les opérations dans C à savoir : $z \to z + a$, $z \to kz$, k étant un réel et $z \to z(\cos\varphi + i\sin\varphi)$) en termes de transformations du plan.

Appliquer une procédure

- Effectuer des calculs où interviennent des nombres complexes, déterminer l'argument, le module, le conjugué d'un nombre complexe et les interpréter géométriquement.
- Passer d'un nombre complexe écrit sous forme algébrique au même nombre complexe écrit sous forme trigonométrique et réciproquement.
- Résoudre des équations du deuxième degré dans C.
- Déterminer les racines carrées et autres racines nièmes d'un nombre complexe.

Résoudre un problème

- Traiter des applications à caractères géométrique et algébrique au moyen de nombres complexes.

CONIQUES, COURBES PARAMETREES ET LIEUX

Contenus	Directives et commentaires
Définitions géométriques et équations cartésiennes réduites des coniques.	L'ellipse et l'hyperbole seront définies par leur équation focale (un foyer, la directrice associée et l'excentricité) et par leur équation bifocale (deux foyers et une constante). On établira le lien entre ces deux définitions.
Propriétés et applications des coniques.	En tant que synthèse des cours de géométrie, d'algèbre et d'analyse, on étudiera : - l'intersection d'une droite et d'une conique, la tangente à une conique en un de ses points, - quelques procédés de construction de coniques et de tangentes, - la propriété optique d'un foyer d'une conique qu'on démontrera, - quelques exemples numériques de réduction d'une équation du deuxième degré à deux variables, - quelques exemples de représentation de coniques en coordonnées polaires et sous forme paramétrique.
Problèmes de lieux et constructions de courbes paramétrées.	Dans le cadre de problèmes de géométrie ou de cinématique, on mettra en évidence quelques propriétés (axe et centre de symétrie, tangente) de courbes paramétrées telles que la cycloïde.

COMPETENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Définir les coniques.
- Énoncer et démontrer les propriétés optiques des coniques.
- Reconnaître une conique à son équation cartésienne réduite, à son équation focale.

Appliquer une procédure

- Donner les caractéristiques d'une conique à partir de l'équation cartésienne réduite ou de l'équation focale.
- Déterminer les équations des tangentes à une conique (en un point de la conique ou extérieures).
- Réduire une équation du deuxième degré à deux inconnues (sans termes en xy).

Résoudre un problème

- Traiter diverses applications relatives aux coniques faisant intervenir la géométrie, l'algèbre et l'analyse.
- Résoudre des problèmes de lieux et de constructions de courbes paramétrées analogues à ceux rencontrés en classe.

REGRESSION, COMBINATOIRE, PROBABILITES

Contenus	Directives et commentaires
Représentation d'une série statistique à deux variables au moyen d'un nuage de points. Point moyen du nuage. Ajustement linéaire d'un nuage statistique par des considérations graphiques et par la méthode des moindres carrés.	Les formules relatives aux paramètres a et b de la droite de régression $y = ax + b$ ne seront pas démontrées. Elles seront commentées en montrant leur lien avec la minimalisation de la somme des carrés des écarts verticaux. On évaluera la pertinence de l'ajustement linéaire en calculant un coefficient de corrélation. Les exercices seront choisis dans des contextes qui montrent la pertinence des calculs pour répondre à des questions réelles. Ils seront résolus en utilisant les fonctions statistiques d'une calculatrice ou d'un logiciel.
Analyse combinatoire : arrangements et permutations, combinaisons.	Au départ d'exemples de dénombrements ou de situations probabilistes, on identifiera des situations de référence : arrangements et permutations avec ou sans répétitions, combinaisons simples. On établira les formules correspondantes. Le recours aux arbres, aux diagrammes est et doit rester un outil de résolution : il peut éclairer le choix d'une formule, voire s'y substituer.
Formule de symétrie : $C_n^p = C_n^{n-p}$. Formule de Pascal : $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$. Binôme de Newton : $(a+b)^n$.	Ces formules seront découvertes dans de cadre du triangle de Pascal : on écrira les premières lignes du triangle, on mettra en évidence et on démontrera les formules de combinaisons qui y figurent.
Probabilité : définition, loi de la somme, loi du produit. Probabilités conditionnelles. Événements indépendants.	La notion de probabilité expérimentale (ou « probabilité a posteriori ») sera introduite à partir des fréquences et précisée en montrant la tendance qu'ont celles-ci à se stabiliser lorsque le nombre d'expériences est grand (des simulations avec logiciels sont très instructives et éclairantes). La notion de probabilité « a priori » sera introduite au moyen de partitions, de tableaux ou de diagrammes en arbre. Le recours à ces supports sera encouragé, même si les formules établies permettent de s'en passer.
Variable aléatoire. Espérance mathématique, variance, écart type.	Ces notions seront dégagées d'expériences discrètes et/ou continues.

Loi binomiale Dans le cadre de cette loi : espérance mathématique, variance et écart type. Loi normale. Loi de Poisson.	Quelques expériences aléatoires (la planche de Galton), simulées éventuellement à l'aide d'un programme informatique, permettent de construire le schéma binomial. À partir de la loi binomiale, on résoudra l'un ou l'autre problème impliquant une utilisation de la loi normale et de la loi de Poisson. On dégagera à cette occasion quelques conditions d'application de ces lois.
Problèmes se rapportant non seulement aux jeux, mais aussi aux questions de vie sociale, économique, technique, …	On utilisera le calcul des probabilités pour comprendre la portée, critiquer des informations chiffrées provenant d'horizons variés.

COMPETENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Reconnaître et utiliser l'indépendance d'événements.
- Examiner la pertinence des interprétations faites au vu d'un coefficient de corrélation.
- Démontrer les formules permettant de calculer une permutation, un arrangement, une combinaison.
- Identifier un groupement d'objets en termes d'arrangement, de permutation, de combinaison.
- Écrire les premières lignes du triangle de Pascal et les interpréter dans différents contextes.
- Reconnaître les conditions d'applicabilité des lois de probabilité (lois normale, binomiale, de Poisson).

Appliquer une procédure

- Utiliser des tableaux statistiques, des diagrammes en arbre ou des partitions pour calculer des probabilités.
- Appliquer les formules permettant de calculer le nombre de permutations, d'arrangements, de combinaisons.
- Appliquer la formule de symétrie, la formule de Pascal et du binôme de Newton.
- Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer une droite de régression et la corrélation linéaire correspondante.

Résoudre un problème

- Résoudre des problèmes de probabilité en utilisant des dénombrements, une table, une calculatrice ou un logiciel.
- Utiliser le calcul des probabilités pour comprendre la portée, analyser, critiquer des informations chiffrées[38].
- Déjouer des pièges dans le cadre de loteries, de jeux de hasard.

[38] Voir la tâche *Péage d'autoroute, Fiabilité d'une machine, Le diabète.*