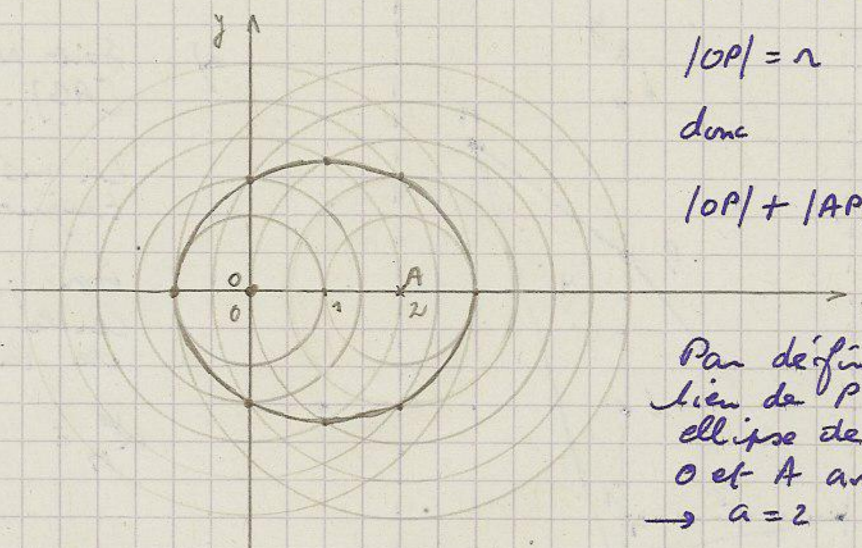
④ $\mathscr{C}_1 \equiv x^2 + y^2 = r^2$

$\mathscr{C}_2 \equiv (x-2)^2 + y^2 = (4-r)^2$

Tout point du lieu est situé à une distance r de O et $4-r$ de A



$|OP| = r \quad |AP| = 4-r$

donc

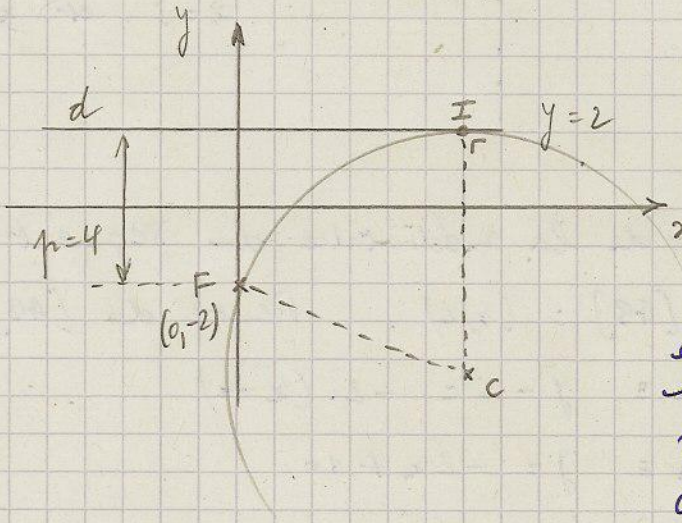
$|OP| + |AP| = 4 = c^{te}$

Par définition, le lieu de P est une ellipse de foyers O et A avec $2a = 4$ $\rightarrow a = 2$.

$d(O,A) = 2c = 2 \longrightarrow c = 1 \longrightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{3}$

$$\mathscr{L} \equiv \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$$

⑤



On a $d(c,d) = d(c,F)$

Le centre d'un tel cercle est équidistant de d et de F.

Le lieu des centres C est donc, par définition, la parabole de foyer F et de directrice d.

$\mathscr{P} \equiv x^2 = -2py$

Avec $p = 4 \longrightarrow \mathscr{P} \equiv x^2 = -8y$

⑥ Par définition, les points P appartiennent à l'hyperbole verticale de foyers $O(0,0)$ et $A(0,2)$.

Donc : $2c = 2 \longrightarrow c = 1$.

Comme la différence des distances vaut 1 en valeur absolue, on a : $2a = 1 \longrightarrow a = 1/2$.

$b^2 = c^2 - a^2 \longrightarrow b^2 = \frac{3}{4} \longrightarrow \boxed{\mathscr{H} \equiv -\frac{4x^2}{3} + 4(y-1)^2 = 1}$