Limites et dérivées de fonctions exponentielles et logarithmiques : corrigé des exercices.

---

① a) $\left(\frac{1}{\sqrt{e^x}}\right)' = \left(e^{-\frac{1}{2}x}\right)' = e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-1}{2\sqrt{e^x}}$.

b) $\left(\ln \frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{\frac{1}{x}} \cdot \left(\frac{-1}{x^2}\right) = -\frac{1}{x}$.

Notez que $\ln \frac{1}{x} = \underbrace{\ln 1}_{0} - \ln x = -\ln x$
et $(-\ln x)' = -\frac{1}{x}$.

c) $\left(e^{-x} \cdot x^3\right)' = e^{-x} \cdot (-1) \cdot x^3 + e^{-x} \cdot 3x^2$
$= e^{-x} \cdot x^2 \cdot (-x+3)$.

d) $\left(\frac{x^2}{\ln x}\right)' = \frac{2x \cdot \ln x - x^2 \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{x \cdot (2\ln x - 1)}{\ln^2 x}$

e) $\left[\ln(4-x^2)\right]' = \frac{-2x}{4-x^2}$

f) $\left(\sqrt{\ln x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{\ln x}} \cdot \frac{1}{x}$

<u>Remarque</u> : Vous devez aussi être capable de déterminer les domaines de définition de ces fonctions.

Les voici : a) $\mathbb{R}$ d) $\mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$
b) $\mathbb{R}_0^+$ e) $]-2,2[$
c) $\mathbb{R}$ f) $]1,+\infty[$

---

② $f(x) = e^{1/x}$ ($\operatorname{dom} f = \mathbb{R}_0$).

a) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x) = "e^{-\infty}" = 0$ car $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{1}{x} = -\infty$

→ "point rouge" $(0,0)$

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = "e^{+\infty}" = +\infty$ car $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{1}{x} = +\infty$

→ A.V. $\equiv x = 0$