

Développements par la formule du binôme de Newton.

Exercice n° 1 p. 12.

$$\begin{aligned}
 a) \quad (x+2)^5 &= 1 \cdot x^5 \cdot 2^0 + 5 \cdot x^4 \cdot 2^1 + 10 \cdot x^3 \cdot 2^2 + 10 \cdot x^2 \cdot 2^3 \\
 &\quad + 5 \cdot x^1 \cdot 2^4 + 1 \cdot x^0 \cdot 2^5 \\
 &= x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad (a-3)^4 &= [a + (-3)]^4 \\
 &= 1 \cdot a^4 \cdot (-3)^0 + 4 \cdot a^3 \cdot (-3)^1 + 6 \cdot a^2 \cdot (-3)^2 + 4 \cdot a^1 \cdot (-3)^3 + 1 \cdot a^0 \cdot (-3)^4 \\
 &= a^4 - 12a^3 + 54a^2 - 108a + 81
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad (2a-3b)^5 &= [2a + (-3b)]^5 \\
 &= 1 \cdot (2a)^5 \cdot (-3b)^0 + 5 \cdot (2a)^4 \cdot (-3b)^1 + 10 \cdot (2a)^3 \cdot (-3b)^2 \\
 &\quad + 10 \cdot (2a)^2 \cdot (-3b)^3 + 5 \cdot (2a)^1 \cdot (-3b)^4 + 1 \cdot (2a)^0 \cdot (-3b)^5 \\
 &= 32a^5 + 5 \cdot 16a^4 \cdot (-3b) + 10 \cdot 8a^3 \cdot 9b^2 \\
 &\quad + 10 \cdot 4a^2 \cdot (-27b^3) + 5 \cdot 2a \cdot 81b^4 - 243b^5 \\
 &= 32a^5 - 240a^4b + 720a^3b^2 - 1080a^2b^3 + 810ab^4 - 243b^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^6 &= 1 \cdot x^6 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^0 + 6 \cdot x^5 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^1 + 15 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 + 20 \cdot x^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\
 &\quad + 15 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^4 + 6 \cdot x^1 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^5 + 1 \cdot x^0 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^6 \\
 &= x^6 + 6x^4 + 15x^2 + 20 + \frac{15}{x^2} + \frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^6}
 \end{aligned}$$

Exercice n° 2 p. 12

$$a) \quad (3x^2 - 2)^{10} = \sum_{i=0}^{i=10} C_{10}^i (3x^2)^{10-i} \cdot (-2)^i$$

Dans chaque terme de cette somme nous trouvons $(x^2)^{10-i}$ c'est-à-dire x^{20-2i} . Si nous cherchons le terme en x^6 , il faut donc que $20-2i=6$ et donc $i=7$.

$$\begin{aligned}
 \text{Le terme cherché est donc : } C_{10}^7 (3x^2)^{10-7} \cdot (-2)^7 &= 120 \cdot 27 \cdot x^6 \cdot (-128) \\
 &= \boxed{-414720 \cdot x^6}
 \end{aligned}$$