b) $\left(2x^2 - \frac{4}{x}\right)^5 = \sum_{i=0}^{i=5} C_5^i \, (2x^2)^{5-i} \cdot \left(\frac{-4}{x}\right)^i$

Dans chaque terme de cette somme nous trouvons

$$(x^2)^{5-i} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^i = x^{10-2i} \cdot \frac{1}{x^i} = x^{10-3i}.$$

Si nous cherchons le terme en x, il faut que $10 - 3i = 1$ et donc $i = 3$.

Le terme cherché est $C_5^3 \cdot (2x^2)^{5-3} \cdot \left(\frac{-4}{x}\right)^3$

$$= 10 \cdot 4x^4 \cdot \frac{-64}{x^3} = -2560 \cdot x$$

c) $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12} = \sum_{i=0}^{i=12} C_{12}^i \, (2x)^{12-i} \cdot \left(\frac{-1}{4x^2}\right)^i$

Dans chaque terme de cette somme nous trouvons

$$x^{12-i} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^i = x^{12-i} \cdot \frac{1}{x^{2i}} = x^{12-3i}.$$

Si nous cherchons le terme en x^3, il faut que $12 - 3i = 3$ (*)
et donc $i = 3$.

Le terme cherché est $C_{12}^3 \cdot (2x)^{12-3} \cdot \left(\frac{-1}{4x^2}\right)^3 = 220 \cdot 512 \cdot x^9 \cdot \frac{-1}{64x^6}$

$$= -1760\, x^3$$

d) Il faudrait cette fois que $12 - 3i = 4$ (voir (*)).
Mais i doit être un nombre naturel et $i = 8/3$ n'est pas acceptable.
Il n'y a pas de terme en x^4 dans le développement de $\left(2x - 1/_{4x^2}\right)^{12}$.

<u>Exercice n° 3 p. 12.</u>

$$\int (x^2+1)^6 \, dx = \int \left(x^{12} + 6x^{10} + 15x^8 + 20x^6 + 15x^4 + 6x^2 + 1\right) dx$$
$$= \frac{x^{13}}{13} + \frac{6x^{11}}{11} + \frac{5x^9}{3} + \frac{20x^7}{7} + 3x^5 + 2x^3 + x + C$$

En effet $(x^2+1)^6 = 1.(x^2)^6 + 6.(x^2)^5 + 15.(x^2)^4 + 20.(x^2)^3$
$+ 15.(x^2)^2 + 6.(x^2)^1 + 1$
$= x^{12} + 6x^{10} + 15x^8 + 20x^6 + 15x^4 + 6x^2 + 1$