Résoudre l'inéquation $\log x > \log\sqrt{x-2}$.

Le domaine de l'inéquation est déterminé par les conditions d'existence des logarithmes, à savoir $x > 0$ et $x - 2 > 0$. Il faut donc $x > 2$.

Comme la fonction logarithme de base 10 est croissante, nous pouvons écrire l'inégalité

$$x > \sqrt{x-2} \quad .$$

Sous la condition $x > 2$, les deux membres sont positifs et, comme la fonction « carré » est croissante dans $\mathbf{R}^+$, nous pouvons élever les deux membres au carré en conservant le sens de l'inégalité :

$$x^2 > x - 2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - x + 2 > 0 \quad (1) \; .$$

Le trinôme $x^2 - x + 2$ n'a pas de racine car son discriminant est $\Delta = -7$.

Ce trinôme a donc toujours le signe du coefficient de x^2 , c'est-à-dire positif. Cela signifie que l'inéquation (1) est vraie pour tout réel.

Comme nous devons tenir compte de la condition $x > 2$, l'inéquation initiale a donc pour ensemble de solutions $S = \left]\, 2, +\infty \right[$.

Ce résultat est visible sur le graphique ci-dessous.