Exercice série 4 (k)

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin x . \cos x$$

$$(\sin^2 x - \cos^2 x).\underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_{1} = \sin x . \cos x$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x - \sin x \cos x = 0$$

Equation homogène de degré 2 en $\sin x$ et $\cos x$. (*)

Idée : diviser les 2 membres par $\cos^2 x$.

D'abord, vérifions que $\cos x = 0$ ne donne pas de solutions à l'équation initiale : $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\underbrace{\sin^4\left(\frac{\pi}{2}+k\pi\right)}_{1} - 0 \neq \underbrace{\pm 1 . 0}_{0}$$

Les solutions de $\cos x = 0$ ne sont pas solutions de l'équation initiale.

Divisons : $$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x} = 0$$

$$\tan^2 x - \tan x - 1 = 0$$

$$\Delta = 5$$

$\rightarrow$ $\tan x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ou $\tan x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

$\tan x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\boxed{x \simeq 1{,}0172 + k\pi}$ ou $\boxed{x \simeq -0{,}5536 + k\pi}$

$x \simeq 58{,}28° + k . 180°$ $\quad$ $x \simeq -31{,}72° + k . 180°$

$(k \in \mathbb{Z})$

(*) Voir cours de 5^e p. 22