② Vérifier l'identité suivante :

$$\frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{\tan x} = \cos 2x + 1$$

1er membre $= \dfrac{\sin^2 x + 2.\sin x.\cos x + \cos^2 x - 1}{\tan x}$

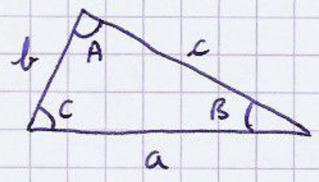
$= \dfrac{\underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_{1} + \sin 2x \cancel{- 1}}{\tan x}$ inutile

$= \dfrac{2.\sin x.\cos x}{\frac{\sin x}{\cos x}} = 2\cos^2 x$

$= (2\cos^2 x - 1) + 1$

CARNOT $= \cos 2x + 1 = 2^{\text{nd}}$ mbre

③ Dans un triangle quelconque, on sait que $A = 3B$ et $a = 2b$. Déterminez les angles A, B et C.



D'après la "relation des sinus" :

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

Donc : $\dfrac{\sin 3B}{2\cancel{b}} = \dfrac{\sin B}{\cancel{b}}$

Il faut donc que $\sin 3B = 2.\sin B$ (*)

Celte équation ne peut se résoudre directement, il faut développer $\sin 3B$ pour espérer obtenir une équation polynomiale en $\sin B$.

$\sin 3B = \sin(2B + B)$

$= \sin 2B.\cos B + \cos 2B.\sin B$

$= 2.\sin B.\cos B.\cos B + (1 - 2.\sin^2 B).\sin B$

$= 2.\sin B.\cos^2 B + \sin B - 2.\sin^3 B$

$= 2.\sin B.(1 - \sin^2 B) + \sin B - 2.\sin^3 B$

$= 2.\sin B - 2\sin^3 B + \sin B - 2\sin^3 B$

Finalement $\boxed{\sin 3B = 3\sin B - 4\sin^3 B}$

Remplaçons dans (*) ⟶