$$3 \cdot \sin B - 4 \cdot \sin^3 B = 2 \cdot \sin B$$

$$\iff \sin B - 4 \cdot \sin^3 B = 0$$

$$\iff \sin B \cdot (1 - 4 \cdot \sin^2 B) = 0$$

$$\iff \sin B = 0 \quad \text{ou} \quad \underbrace{\sin B = -\frac{1}{2}}_{\text{à rejeter}} \quad \text{ou} \quad \sin B = \frac{1}{2}$$

$B = k\pi$ (à rejeter)

$B = \frac{\pi}{6}$ ou $\cancel{B = \frac{5\pi}{6}}$

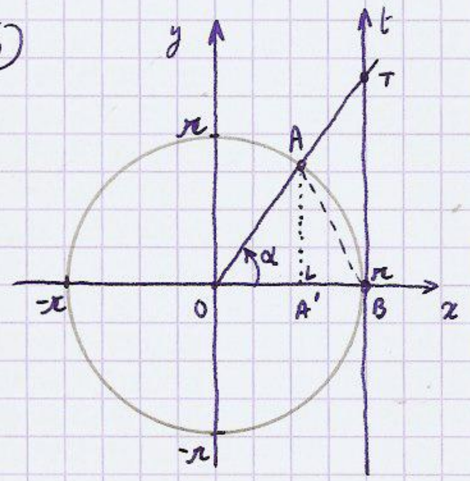
$A = 3B = \frac{\pi}{2}$

donc $C = \frac{\pi}{3}$

Le triangle ABC est donc rectangle en A $\begin{cases} A = 90° \\ B = 30° \\ C = 60° \end{cases}$

---

(4)



En comparant les aires des triangles OAB et OTB à celle du secteur circulaire $\widehat{OAB}$, démontrer que

$$\sin \alpha < \alpha < \tan \alpha$$

$$\forall \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[.$$

Aire (Δ OAB) < Aire (secteur $\widehat{OAB}$) < Aire (Δ OTB)

Soit r le rayon du cercle.

$$\underbrace{\frac{1}{2} \cdot r}_{\text{base } |OB|} \cdot \underbrace{r \cdot \sin\alpha}_{\text{hauteur } |AA'|} < \underbrace{\frac{\alpha}{2\pi}}_{\text{coeff. de proportionnalité}} \cdot \underbrace{\pi r^2}_{\text{aire du disque}} < \underbrace{\frac{1}{2} \cdot r}_{\text{base } |OB|} \cdot \underbrace{r \cdot \tan\alpha}_{\text{hauteur } |BT|}$$

Donc :

$$\frac{1}{2} r^2 \cdot \sin\alpha < \frac{\alpha r^2}{2} < \frac{1}{2} r^2 \cdot \tan\alpha$$

En multipliant chaque membre par $\frac{2}{r^2}$ (facteur positif permettant de conserver le sens des inégalités), on obtient :

$$\sin\alpha < \alpha < \tan\alpha.$$