

# TRIGONOMETRIE - MONS 2019

## Question 1

Démontrez l'identité trigonométrique suivante :

$$\sin 8a = 8 \sin a \cdot \cos a \cdot (1 - 2 \sin^2 a) \cdot (1 - 8 \sin^2 a \cdot \cos^2 a)$$

$$\begin{aligned} 1^{\text{er}} \text{ membre} &= \sin 8a \\ &= 2 \cdot \underbrace{\sin 4a \cdot \cos 4a} \\ &= 2 \cdot 2 \cdot \sin 2a \cdot \underbrace{\cos 2a} \cdot (2 \cdot \cos^2 2a - 1) \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin a \cdot \cos a \cdot (1 - 2 \sin^2 a) \cdot [2(1 - \sin^2 2a) - 1] \\ &= 8 \cdot \sin a \cdot \cos a \cdot (1 - 2 \sin^2 a) \cdot (1 - 2 \sin^2 2a) \\ &= 8 \cdot \sin a \cdot \cos a \cdot (1 - 2 \sin^2 a) \cdot [1 - 2 \cdot (2 \sin a \cdot \cos a)^2] \\ &= 8 \cdot \sin a \cdot \cos a \cdot (1 - 2 \sin^2 a) \cdot (1 - 8 \sin^2 a \cos^2 a) \\ &= 2^{\text{nd}} \text{ membre.} \end{aligned}$$

Si on part du second membre, ça se passe très bien aussi.

$$\begin{aligned} 2^{\text{nd}} \text{ membre} &= 8 \cdot \sin a \cdot \cos a \cdot (1 - 2 \sin^2 a) \cdot (1 - 8 \sin^2 a \cdot \cos^2 a) \\ &= 4 \cdot 2 \sin a \cos a \cdot \cos 2a \cdot (1 - 2 \cdot (4 \sin^2 a \cos^2 a)) \\ &= 4 \cdot \sin 2a \cdot \cos 2a \cdot [1 - 2 \cdot (\sin 2a)^2] \\ &= 2 \cdot \underbrace{2 \cdot \sin 2a \cdot \cos 2a} \cdot \underbrace{\cos(2 \cdot (2a))} \\ &= 2 \cdot \sin 4a \cdot \cos 4a \\ &= \sin 8a \\ &= 1^{\text{er}} \text{ membre.} \end{aligned}$$