

Calculs avec radicaux : exercices

Voici d'abord un exemple montrant comment simplifier certaines expressions contenant des radicaux.

Effectuer et simplifier : $4\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{\frac{1}{7}} - 8\sqrt{7}$.

Solution

$$\begin{aligned}
 4\sqrt{9 \cdot 7} - \sqrt{4 \cdot 7} + \frac{1}{\sqrt{7}} - 8\sqrt{7} &= 12\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + \frac{1 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} - 8\sqrt{7} \\
 &= \frac{12\sqrt{7} - 2\sqrt{7}}{1} + \frac{\sqrt{7}}{7} - 8\sqrt{7} \quad (*) \\
 &= \frac{2\sqrt{7}}{1} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{14\sqrt{7}}{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{15\sqrt{7}}{7}.
 \end{aligned}$$

Notons que l'expression (*) peut être vue comme celle-ci : $12a - 2a + \frac{a}{7} - 8a$ avec $a = \sqrt{7}$.

Nous obtenons : $\frac{12a - 2a + \frac{a}{7} - 8a}{1} = \frac{2a}{1} + \frac{a}{7} = \frac{14a}{7} + \frac{a}{7} = \frac{15a}{7}$ et donc $\frac{15\sqrt{7}}{7}$.

1. Effectuer et simplifier.

a) $\sqrt{75} - 2\sqrt{27} + \sqrt{\frac{1}{3}}$

b) $\sqrt{24} - \sqrt{54} + \sqrt{49}$

c) $3\sqrt{20} - \sqrt{\frac{1}{5}} + 2\sqrt{45}$

d) $\sqrt{20} + \sqrt{500} + 3\sqrt{45}$

e) $\frac{1}{2}\sqrt{12} - \frac{1}{3}\sqrt{75} + \frac{2}{3}\sqrt{300}$

f) $(3\sqrt{2} - 4)^2$

g) $(3\sqrt{2} - 4) \cdot (3\sqrt{2} + 4)$

h) $(5 + 3\sqrt{7})^2$

i) $\frac{2}{1 - \sqrt{3}}$ (rendre rationnel le dénominateur)

j) $\frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ (idem)

2. Résoudre les équations suivantes.

a) $3x^2 - 24 = 0$

b) $25x^2 - 36 = 0$

c) $4x^2 + 1 = 0$

d) $1 - 9x^2 = 0$

3. Donner les conditions d'existence et simplifier si possible.

a) $\sqrt{16a^2b}$

b) $\sqrt{8x - 40}$

c) $\sqrt{-32a^5b^4}$

d) $\sqrt{2 - 6x}$